SERIE DE REVISION
VARIABLES ALEATOIRES

EXERCICE N°1 : 20' 4 points

Une urne contient huit jetons indiscernables au toucher dont six blancs numérotés 0, 0, 1, 1, 1, 1 et deux noirs numérotés 2, 2 . On tire **successivement sans remise deux jetons** de l'urne .

1) Calculer la probabilité des évènements suivants :
   - A : Les jetons sont de couleurs différentes.
   - B : Les jetons portent des nombres pairs.
   - C : Les jetons portent des nombres pairs sachant qu'ils sont de même couleurs.
2) Soit X l'aléa numérique prenant pour valeur **la somme de nombres marqués** sur les jetons tirés.
   a) Déterminer la loi de probabilité de X.
   b) Calculer l'espérance mathématique et l'écart type de X.
   c) Déterminer et construire la fonction de répartition de X.

EXERCICE N°2 : 25' 5 points

Une urne contient 12 boules dont quatre rouges numérotées -1 ; -1 ; -1 ; 0 , cinq vertes numérotées 0 ; 0 ; 0 ; 0 ; 1 et trois jaunes numérotées -1 ; 0 ; 1, tous les boules sont indiscernables au toucher
On tire au hasard et **simultanément quatre boules** de l'urne

1) Calculer la probabilité de chacune des évènements suivants :
   - A « Obtenir quatre boules vertes »
   - B « Obtenir quatre boules portant le même numéro »
   - C « Tirer les trois boules jaunes »
   - D « Tirer au moins une boule rouges »
   - E « La somme des numéros des boules tirer est égale à zéro »
   - S « Obtenir quatre boules portant le même numéro sachant qu'elles sont vertes »
2) Soit X l'aléa numérique prenant pour valeur **le nombre de boules jaunes** figurant dans le tirage
   a) Déterminer la loi de probabilité de X
   b) Calculer l'espérance mathématique ainsi que l'écart type de X
   c) Calculer $P(-1 \leq X \leq 2)$
   d) Définir et représenter F la fonction de répartition de X.

EXERCICE N°3 : 20' 4 points

Une urne contient 8 boules indiscernable au touché, 5 boules noires numérotées 1, 1, 0, 0 , 3 et 3 boules blanches numérotées 1, 0, 3.
Une épreuve consiste à **tirer simultanément et au hasard 3 boules** de l'urne.

1) Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :

A « Obtenir 3 boules de même couleurs »
B « Obtenir 3 boules portant des numéros impaires »
C « Obtenir au moins une boule blanche »
S « La somme des numéros portées par les boules tirer égale 3 ».

2) On répète l'épreuve précédente 4 fois de suite en remettant à chaque fois les trois boules tirées dans l'urne et on désigne par X l'aléa –numérique qui prend pour valeurs le nombre de fois où l'événement S est réalisé.

a) Déterminer la loi de probabilité de X.
b) Calculer E(X) et V(X).
c) Quelle est la probabilité d'obtenir :
- S est réalisé exactement 3 fois.
- S est réalisé exactement 3 fois de suite.
- S est réalisé pour la première fois au troisième tirage.

EXERCICE N°4 : 25' 5 points

On dispose de trois urnes U_1 , U_2 et U_3 .

L'urne U_1 contient : une boule blanche et deux boules noires, l'urne U_2 contient : deux boule blanches et une boules noire et l'urne U_3 contient : trois boule blanches .

1) On choisit une urne au hasard dans laquelle on tire une boule.
Quelle est la probabilité d'avoir une boule blanche ?

2) On choisit une urne au hasard dans laquelle on tire **successivement et avec remise trois boules**.

a) Quelle est la probabilité pour que la troisième boule tirée soit blanche sachant que les deux premières étaient blanches ?

b) Quelle est la probabilité d'avoir utilisé l'urne U_2 sachant que les 3 boules tirées étaient blanches ?

3) On tire au hasard une boule de l'urne U_1, si elle est blanche on arrête le tirage, si elle est noire, on la place dans l'urne U_2 .puis on tire au hasard une boule de U_2 ; si elle est blanche on arrête le tirage, si elle est noire, on la place dans l'urne U_3 .puis on tire au hasard une boule de U_3 .

On désigne par X l'aléa-numérique définie par :

(X=p) « avoir une boule blanche au p^{iéme} tirage » $\forall\, p \in \{1; 2\, 3\}$.

(X=0) « avoir une boule noire au 3^{iéme} tirage ».

Définir la loi de probabilité et calculer $E(X)$ et $\sigma(X)$.

EXERCICE N°5 : 20' 4 points

Une urne contient neuf jetons indiscernables au toucher dont cinq rouges numérotés : 1, 1, 1, 3, 3 et quatre noire porte le chiffre 2. Une épreuve consiste à **tirer simultanément deux jetons** de l'urne.

1) calculer la probabilité de chacun des événements suivants :

A « les jetons tirés sont de couleurs différentes »
B « les jetons tirés sont rouges »
C « les jetons tirés portent le même chiffre sachant qu'ils sont rouges »

2) Soit X l'aléa numérique prenant pour valeur **la somme des chiffres marqués** sur les deux jetons tirés.

a) Calculer la loi de probabilité de X.
b) Calculer l'espérance mathématique de X.

3) Une opération consiste à répéter l'épreuve quatre fois de suite en remettant à chaque fois les deux jetons tirés dans l'urne. Soit Y l'aléa numérique prenant pour valeur le nombre de fois où les 2 jetons tirés sont de couleurs différentes.

Déterminer la loi de probabilité de Y.